

제 2 교시

수학 영역(A형)

짜수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

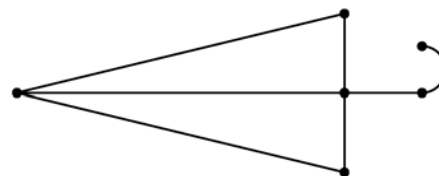
2. $8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

5. 함수 $f(x) = x^3 + 7x + 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B|A) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

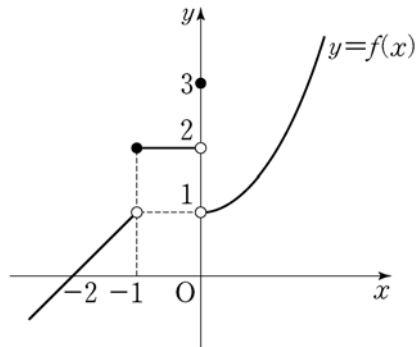
7. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4a_1, \quad a_7 = (a_6)^2$$

일 때, 첫째항 a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 모표준편차가 14인 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $\sigma(\bar{X})=2$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 16 ③ 25 ④ 36 ⑤ 49

10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 곡선 $y=x^2-(n+1)x+a_n$ 은 x 축과 만나고, 곡선 $y=x^2-nx+a_n$ 은 x 축과 만나지 않는다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

11. x 에 대한 로그부등식

$$\log_5(x-1) \leq \log_5\left(\frac{1}{2}x+k\right)$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 3일 때, 자연수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 어느 쌀 모으기 행사에 참여한 각 학생이 기부한 쌀의

무게는 평균이 1.5kg, 표준편차가 0.2kg인 정규분포를

따른다고 한다. 이 행사에 참여한 학생

중 임의로 1명을 선택할 때,

이 학생이 기부한 쌀의 무게가 1.3kg

이상이고 1.8kg 이하일 확률을 오른쪽

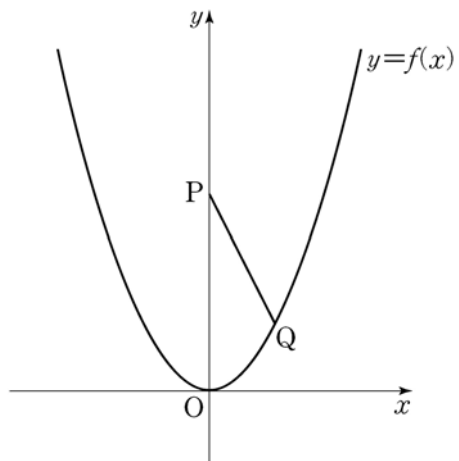
표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599

- ① 0.6826 ② 0.7357 ③ 0.7745
 ④ 0.8012 ⑤ 0.8543

[13~14] 자연수 n 에 대하여 좌표가 $(0, 2n+1)$ 인 점을 P 라 하고, 함수 $f(x) = nx^2$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을 Q 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $n=1$ 일 때, 선분 PQ와 곡선 $y=f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{19}{12}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

14. 점 $R(0, 1)$ 에 대하여 삼각형 PRQ의 넓이를 S_n ,

선분 PQ의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{l_n}$ 의 값은? [4점]

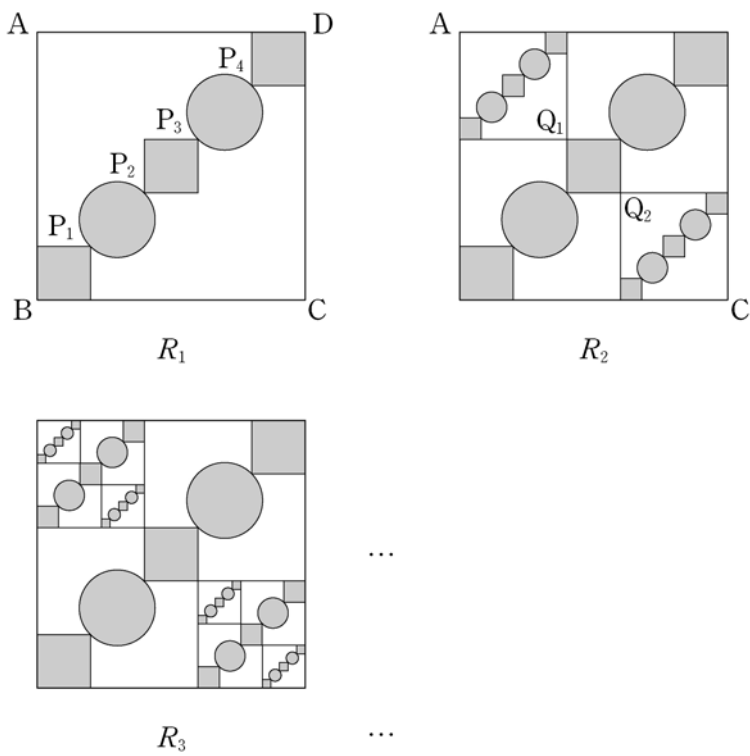
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 라 하고, 선분 BP_1, P_2P_3, P_4D 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2, P_3P_4 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후, π 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 P_2P_3 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1 , 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2 라 하자. 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{24}{17}(\pi+3)$ ② $\frac{25}{17}(\pi+3)$ ③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
- ④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$ ⑤ $\frac{25}{17}(2\pi+1)$

16. 어느 금융상품에 초기자산 W_0 을 투자하고 t 년이 지난 시점에서의 기대자산 W 가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W = \frac{W_0}{2} 10^{at} (1 + 10^{at})$$

(단, $W_0 > 0, t \geq 0$ 이고, a 는 상수이다.)

이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k 배일 때, 실수 k 의 값은? (단, $w_0 > 0$) [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

17. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4점]

- (가) a, b, c, d, e 중에서 0의 개수는 2이다.
 (나) $a+b+c+d+e=10$

- ① 240 ② 280 ③ 320 ④ 360 ⑤ 400

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+B=(BA)^2, \quad ABA=B+E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A=B^2$
 ㄴ. $B^{-1}=A^2+E$
 ㄷ. $A^5-B^5=A+B$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = a_2 = 1$ 이고,

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{라 할 때,}$$

$$a_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식으로부터

$$S_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + 2nS_n \quad (n \geq 2)$$

이다. 양변을 S_n 으로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$$

이다. $b_n = \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 이라 하면 $b_1 = 2$ 이고

$$b_n = b_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{가}} \times (n+1) \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{가}} \times \{(n-1)!\}^2 \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \boxed{\text{나}} \times \{(n-2)!\}^2 \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) + g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 110 ② 125 ③ 140 ④ 155 ⑤ 170

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은?
[4점]

(가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌 구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_8 - a_4 = 28$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하십시오. [3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 9^n - 13}{9^n}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & a-2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-5	0	5	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

$E(4X+3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 회사의 직원은 모두 60명이고, 각 직원은 두 개의

부서 A, B 중 한 부서에 속해 있다. 이 회사의 A 부서는 20명, B 부서는 40명의 직원으로 구성되어 있다. 이 회사의 A 부서에 속해 있는 직원의 50%가 여성이다. 이 회사 여성 직원의 60%가 B 부서에 속해 있다. 이 회사의 직원 60명 중에서 임의로 선택한 한 명이 B 부서에 속해 있을 때, 이 직원이 여성일 확률은 p 이다. $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & (x \leq a) \\ x^2-x & (x > a) \end{cases}, \quad g(x) = x - (2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(x) = x^3 f(x) - 7$$

$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - g(x)}{x - 2} = 2$$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

29. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_0^2 |f(x)| dx = - \int_0^2 f(x) dx = 4$$

$$(나) \int_2^3 |f(x)| dx = \int_2^3 f(x) dx$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x \geq \frac{1}{100}$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자.

다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 좌표평면에 나타낸 영역을 R 라 하자.

(가) $a < 0$ 이고 $b > 10$ 이다.

(나) 함수 $y=9f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=ax+b$ 가 한 점에서만 만난다.

영역 R 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $(a+20)^2 + b^2$ 의

최솟값은 $100 \times \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.